

Examen de admisión a la Maestría

Mayo de 2005

1. Álgebra lineal

1.1 Dadas dos matrices cuadradas $n \times n$ A y B conjugadas, demostrar que las trazas son iguales.

1.2 Encuentre una matriz cuadrada 4×4 A cuya cuarta potencia sea nula $A^4 = 0$, pero de modo que ninguna de sus potencias menores A , A^2 , A^3 sea nula.

1.3 Calcule la sexta potencia de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Cálculo

2.1 Calcular la derivada de la función $\int_0^x \sin((x+t)^s) dt$ con respecto a x .

2.2 Demuestre que se tiene

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

para todo natural n .

2.3 Calcular la solución general de la siguiente ecuación diferencial

$$yF(xy)dx = xG(xy)dy$$

3. Problemas opcionales

3.1 Demostrar que la siguiente serie converge

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3}$$

3.2 Demuestre que la esfera no es homeomorfa al círculo.

3.3 De un ejemplo de un grupo abeliano infinito que no tenga un subgrupo isomorfo a los enteros.

3.4 Encuentre el número de raíces de $z^4 + 5z + 1 = 0$ dentro del disco unitario.