

Temario del curso básico de topología

I Conceptos Fundamentales

1. Espacios Topológicos. Bases y sistemas fundamentales de vecindades
2. Interior, cerradura y frontera. Complementación
3. Continuidad. Topologías iniciales y finales. Topologías de subespacio, cociente, suma y producto
4. Compacidad. Teorema de Tychonoff. Propiedades locales
5. Conexidad. Conexidad por trayectorias. Propiedades locales
6. Separabilidad y numerabilidad de topologías. Convergencia de sucesiones
7. Lema de Urysohn y Teorema Tietze
8. Compactificación de espacios. Teoremas de metrización
9. Ejemplos: Topología euclideana, invariancia del dominio. Espacios métricos, grupos topológicos (grupos generales lineales, grupos ortogonales y unitarios, proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt), variedades (esferas, espacios proyectivos, superficies)

II Espacios de Funciones y Homotopía

1. Espacios de funciones. Topologías compacto--abierto y de convergencia puntual
2. Adjuncción y naturalidad. Continuidad de la composición y de la evaluación
3. Teoremas de Stone-Weierstrass y de Ascoli. Espacios de Baire
4. Homotopías entre curvas y funciones. Grupo fundamental
5. Conos y suspensiones. Extensión al cono
6. Espacios de lazos. Grupos de homotopía

III Haces Fibrados

1. Haces localmente triviales
2. Paracompacidad. Particiones de la unidad
3. Levantamiento de funciones y homotopías en haces fibrados
4. Haces vectoriales. Ejemplo: haz tangente a una variedad
5. Variedades de Stiefel y de Grassmann. Haces universales
6. Espacios cubrientes. Levantamiento de curvas y funciones
7. Clasificación de espacios cubrientes. Cubierta universal. Grupo fundamental del círculo
8. Aplicaciones: Campos tangentes y puntos fijos, teorema de separación de Jordan, teorema fundamental del álgebra, clasificación de grupos topológicos. Teorema del punto fijo de Brouwer en dimensión 2

IV Complejos Celulares

1. Topologías cociente y espacios de adjunción
2. Complejos celulares y paracompacidad
3. Descomposición celular de esferas y de espacios proyectivos
4. Fibraciones de Hopf $S^{2n-1} \rightarrow S^n$ (únicos casos: $n=1,2$, y 8)
5. Descomposición celular de variedades de Stiefel y de Grassmann
6. Extensión de funciones (cf. Teorema de Tietze)
7. Curvas homólogas y el primer grupo de homología de un espacio
8. Teorema de Poincaré-Hurewicz

Referencias

Adams, J.F.	Algebraic Topology: A Students Guide
Atiyah, M.F.	K --Theory
Bourbaki, N.	General Topology
Dugundji, J.	Topology

Greenberg, M.J., Harper, J.R.	Algebraic Topology: A First Course
Hilton, P.	Introduction to Homotopy Theory
Husemoller, D.	Fiber Bundles
Kelley, J.K.	General Topology
Massey, W.S.	Algebraic Topology: An Introduction
Munkres, J.R.	Topology: A First Course
Pontrjagin, L.	Topological Groups
Rotman, J.J.	An Introduction to Algebraic Topology
Singer, I.M., Thorpe, J.A.	Lecture Notes on Elementary Topology and Geometry
Steenrod, N.E.	The Topology of Fiber Bundles
Whitehead, G.W.	Elements of Homotopy Theory