Clases características de haces con fibra la botella de Klein.

En esta plática calcularemos la cohomología de $BDiff(\mathsf{K})$, el espacio clasificante del grupo de difeomorfismos de la botella de Klein. Para esto, analizamos la sucesión espectral asociada a la fibración:

$$BDiff_0(\mathsf{K}) \longrightarrow BDiff(\mathsf{K}) \longrightarrow B(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2).$$

Más aún, demostramos que $BDiff(\mathsf{K}) \simeq B\mathbb{Z}_2 \times BO(2)$. Posteriormente consideramos la construcción de Borel:

$$EDiff(\mathsf{K}) \times_{Diff(\mathsf{K})} F_q(\mathsf{K})/\Sigma_q$$

y probamos que es un espacio $K(\Gamma^q(\mathsf{K}), 1)$, donde $\Gamma^q(\mathsf{K}) := \pi_0 Diff(\mathsf{K}; q)$ es el grupo modular de K con q puntos marcados. Finalmente, usando el espacio $K(\Gamma^q(\mathsf{K}), 1)$ calculamos la cohomología mod 2 del grupo $\Gamma^q(\mathsf{K})$.