Aproximación analítica a soluciones de ecuaciones parabólicas usando operadores de transmutación.

En la plática se presenta la construcción de una familia de funciones que forman un sistema completo de soluciones para la ecuación

$$u_{xx} + q(x)u = u_t,\ (x,t) \in (-b,b) \times (0,T) \tag{1}$$

utilizando un operador de transmutación como en [1]. Dicha familia se implementa para aproximar analiticamente las soluciones de la ecuación (1) y resolver problemas con valores iniciales y de frontera.

Las ideas del enfoque anterior pueden ser extendidas a otros casos de intéres para ecuaciones parabólicas del tipo

$$u_{xx} + q(x)e^{i\omega t}u = u_t,\ (x,t) \in (-b,b) \times (0, 2\pi/\omega) \tag{2}$$

con condiciones mixtas. En este caso, el método esta basado en la construcción recursiva de un conjunto de funciones, que aproximan de manera uniforme la solución en una región del plano.

La idea detrás del esquema de solución es conocer el comportamiento del operador de transmutación sobre funciones que aproximen soluciones de la ecuación de calor [2].

Primero se muestran los conceptos básicos de operadores de transmutación. Segundo, como construir un conjunto de funciones que aproximen analíticamente una solución de la ecuación (2), usando dichos operadores y demostrando la convergencia uniforme de la aproximación. Finalmente se muestra la implementación numérica de los resultados obtenidos en la resolución de problemas con condiciones mixtas para la ecuación (1) aplicando el método de colocación.

Referencias

[1] KIRA V. KHMELNYTSKAYA, VLADISLAV V. KRAVCHENKO, SERGII M. TORBA, SÉBASTIEN TREMBLAY, *Wave Polynomials, Transmutation and Cauchy's problem for the Klein-Gordon equation*, J. Math. Anal. Appl. 2013.

[2] DAVID L. COLTON, *Solution of boundary value problem by the method of integral operator*, Pitman Publishing, 1976.