EL INVARIANTE MODULAR CUÁNTICO Y UNA SOLUCIÓN DEL PROGRAMA DE MULTIPLICACIÓN REAL EN CARACTARÍSTICA POSITIVA

T.M. GENDRON

El 12 Problema de Hilbert pide, para cada campo global K, una descripción explícita de

- su máxima extensión abeliana K^{ab}.
- su máxima extensión abeliana *no-ramificada* H_K (el campo de clase de Hilbert).

En el caso de campos numéricos, solo hay dos casos solucionados, $K = \mathbb{Q}$ (Kronecker-Weber) y $K =$ una extensión cuadrática compleja de $\mathbb{Q}$ (Fueter-Weber). La solución en el último caso se da por la Teoría de Multiplicación Compleja: a K se asocia una curva elíptica , luego H_K se genera sobre K por el invariante modular $j(E_K)$ y K^{ab} se genera sobre H_K por los valores de la función $\wp$ de Weierstrass en los puntos de torsión de E_K.

En 2003, Yu. Manin planteó el problema de la existencia de una *Teoría de Multiplicación Real* para atacar el caso de K cuadrática y real, donde los toros cuánticos se usan en lugar de las curvas elípticas. En esta platica introducimos el invariante modular cuántico: una función multi-valuada que juega el papel del invariante modular para toros cuánticos. Usando el invariante modular cuántico, presentamos una solución del programa de Multiplicación Real en el caso de campos cuadráticos y reales sobre el campo global de caractáristica positiva $\mathbb{F}_q(T)$. Es una conjetura nuestra que nuestras construcciones y metodos funcionarán en el caso de campos numéricos también. Esto representa trabajo junto con C. Castaño Bernard y L. Demangos.

Instituto de Matemáticas – Unidad Cuernavaca, Universidad Nacional Autónoma de México, Av. Universidad S/N, C.P. 62210 Cuernavaca, Morelos, México

E-mail address: tim@matcuer.unam.mx

Date: May 20, 2017.

2010 *Mathematics Subject Classification.* Primary 11R37, 11R80, 11R58, 11F03; Secondary 11K60.

Key words and phrases. quantum j-invariant, Hilbert class field, function field arithmetic.